Отчет стипендиата фонда ”Династия” Фроленкова Д.А. за 2015 г.

## Результаты, полученные в 2015 г.

**Задача № 1.** *Асимптотические формулы для гипергеометрической функции.*

Хорошо известно, что гипергеометрические функции часто встречается в различных задачах аналитической теории чисел. Чаще всего их появление обусловлено применением формул Вороного и Кузнецова. При этом иногда возникает необходимость получения оценок, равномерных по параметрам гипергеометрической функции. Особую сложность представляет случай комплексных параметров с растущими действительной и мнимой частью. В нашем случае данная ситуация возникла при попытке получить равномерную асимптотическую формулу для второго момента $L$-рядов голоморфных параболических форм веса $k$ и уровня $N$ на критической прямой. Оказалось, что в остаточный член входит сумма гипергеометрических функций, параметры которых зависят и от веса $k$, и от сдвига на критической прямой $t$, а аргумент зависит от уровня $N$. Для такой гипергеометрической функции нами получена новая асимптотическая формула, равномерная по параметрам $k, t$ и $N$. Доказательство опирается на использование для гипергеометрической функции интегрального представления Меллина-Барнса и формулы суммирования Эйлера-Маклорена.

### Опубликованные и поданные в печать работы

1. Фроленков Д.А., “Равномерные асимптотические формулы для гипергеометрической функции” ДВМЖ, 15:2 (2015) 288-298.

### Участие в конференциях и школах

1. Yu.V. Linnik Centennial Conference, St.Petersburg, Russia, 14.09.2015-18.09.2015.

### Работа в научных центрах и международных группах

1. Работа в Хабаровском отделении Института прикладной математики Дальневосточного отделения РАН (февраль-март, май-июнь, ноябрь-декабрь 2015 г.)

### Педагогическая деятельность

1. “Теория чисел и её приложения” (Бакалавриат; где читается: НИУ ВШЭ Факультет компьютерных наук; спец-я "Алгоритмика"; направление "010400.62 Прикладная математика и информатика"; 3-й курс, 1, 2 модуль)

2. ”Linear Algebra” (Магистратура; где читается: Факультет социальных наук; программа "Когнитивные науки и технологии: от нейрона к познанию"; направление "37.04.01. Психология"; 1-й курс, 1, 2 модуль)

3. ”Mathematical Analysis” (Calculus) (Магистратура; где читается: Факультет социальных наук; программа "Когнитивные науки и технологии: от нейрона к познанию"; направление "37.04.01. Психология"; 1-й курс, 1, 2 модуль)

**Итоги трех лет**

В исходной заявке были сформулированы три задачи из аналитической теории чисел, над которыми я планировал работать: суммы Дедекинда, суммы Клоостермана и суммы характеров Дирихле, элементарное доказательство асимптотического закона распределения простых чисел (Э.Д.А.З.Р.П.Ч.). Все эти задачи являются классическими проблемам аналитической теории чисел, которой три года назад я и планировал заниматься. Однако, фактически я продолжил работать только по первому направлению–суммы Дедекинда. Работы по второму направлению ограничились опубликованной статьей [1], а к третьей задаче я так и не приступил, выбрав вместо нее не менее классическую задачу–аддитивную проблему делителей.

Суммы Дедекинда возникли при исследовании гипотезы Зарембы [5] и [6]. В 2013 году мы (совместно с И.Д.Каном) продолжили работу над гипотезой Зарембы. Результатом совместных трудов стали две статьи [2] и [3] и препринт [7]. В этих публикациях были предложены и реализованы новые идеи (см. отчет за 2013 г.), позволившие доказать, что в натуральном ряду $\mathbb{N}$ существует положительная пропорция тех чисел $d$, которые удовлетворяют гипотезе Зарембы (т.е $d$ представимо в виде знаменателя (континуанта) конечной цепной дроби, все неполные частные которой ограничены сверху некоторой абсолютной константой $A$) с константой $A = 5$. Однако появление новых методов позволило отказаться от использования сумм Дедекинда.

Вместо задачи об Э.Д.А.З.Р.П.Ч. я начал заниматься аддитивной проблемой делителей (см. отчет за 2013 г.). Однако, при ее решении возникло много новых задач, например, о втором моменте $L$-рядов голоморфных параболических форм (см. отчеты за 2013 и 2014г.), что не позволило пока получить окончательного результата в исходной задаче. При изучении же второго момента $L$-рядов голоморфных параболических форм возникла опять же новая проблема о равномерных асимптотических формулах для гипергеометрической функции. К счастью эта задача все же была решена [4], что дает надежду на завершение и предыдущих исследований.

Формальным результатом проекта являются опубликованные статьи [1], [2], [3] и [4].

# Список литературы


[1] D. A. Frolenkov and K. Soundararajan A generalization of the Pólya–Vinogradov inequality, Ramanujan Journal vol 31, iss.3, 2013, p. 271-279.

[2] И.Д. Кан, Д.А. Фроленков. Усиление теоремы Бургейна-Конторовича" Изв. РАН. Сер. матем., 78:2 (2014) 87-144.

[3] Frolenkov D.A., Kan I.D. A reinforcement of the Bourgain-Kontorovich's theorem II. Moscow Journal of Combinatorics and Number Theory, 4:1 (2014) 78-117.

[4] Д.А. Фроленков. Равномерные асимптотические формулы для гипергеометрической функции. ДВМЖ, 15:2 (2015) 288-298.

[5] Frolenkov D.A., Kan I.D. A reinforcement of the Bourgain-Kontorovich's theorem., preprint, available at arXiv:1207.5168

[6] Frolenkov D.A., Kan I.D. A reinforcement of the Bourgain-Kontorovich's theorem by elementary methods., preprint, available at arXiv:1207.4546

[7] Frolenkov D.A., Kan I.D. A reinforcement of the Bourgain-Kontorovich's theorem II, 57 p., preprint, available at arXiv:1303.3968